

Б.18
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

В.Н.Байер, Ю.Ф.Орлов

**КВАНТОВАЯ ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

НОВОСИБИРСК 1965

Как показано в [1], излучение при движении в магнитном поле приводит к поляризации электронов и позитронов. Хотя вероятность излучения с изменением направления спина весьма мала по сравнению с общей вероятностью излучения, электроны и позитроны высоких энергий после длительного вращения в современных накопителях могут оказаться сильно поляризованными. Время поляризации в однородном поле равно

$$\tau_{\text{пол}}^{-1} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \alpha m \left(\frac{E}{m}\right)^2 \left(\frac{H}{H_0}\right)^3 \quad (1)$$

здесь $H_0 = \frac{m^2 c^3}{e} = 4,4 \cdot 10^{13}$ э. В накопителе с энергией $E = 6$ Бэв и полем на дорожке $H = 8 \cdot 10^3$ э $\tau_{\text{пол}} = 190$ сек.

Чтобы сохранить возникающую таким образом поляризацию частиц в накопителе, необходимо выбрать энергию частиц E так, чтобы в системе не возникали деполяризующие резонансы, вызываемые радиальной и азимутальной составляющими магнитного поля на траектории частицы. Точнее говоря условие резонанса

$$\psi \frac{E}{m} = k + \ell Q_z + m Q_R + n Q_x; \quad k, \ell, m, n - \text{целые} \quad (2)$$

должно выполняться при как можно больших значениях ℓ, m, n . Здесь $\psi = g - 2 \approx \frac{\alpha}{2\pi}$ аномальная часть g - фактора электрона, Q_z, R, x число колебаний на орбите для вертикальных z , радиальных R и фазовых x - колебаний. Слагаемые ℓQ_z и $m Q_R$ возникают из-за наличия членов z^ℓ и z^m ($z = R - R_0, R_0$ - равновесный радиус) в полях H_R, H_x , член $n Q_x$ учитывает синхротронные колебания энергии и поправки к частотам Q_z, R , связанные с этими колебаниями. Для правильного выбора энергии E требуется детальный анализ данного накопителя с учетом конкретной нелинейности магнитного поля и т.д.

Допустим, что энергию E можно выбрать так, что эффекты деполяризации под действием резонансов (2) несущественны. Оказывается, что при достаточно высоких энергиях возникает еще одна возможность деполяризации, вызываемая квантовым характером излучения. Она также осуществляется лишь в присутствии возмущающих

полей H_R и H_x , но выполнение резонансных условий (2) теперь не обязательно. Эффект вызывается тем, что скачки энергии, связанные с квантовым характером излучения, будучи разложенными в интеграл Фурье, содержат, в частности, гармоники, дающие резонанс (2). Поэтому в основе явления и здесь лежит резонанс с той неприятной особенностью, что его нельзя избежать с помощью выбора ε .

Мы хотели бы здесь вместе с тем подчеркнуть, что нам не удалось обнаружить никаких других классических или квантовых эффектов, приводящих к деполяризации пучка, так что ликвидируя наиболее опасные гармоники возмущений поля, можно резко уменьшить эффекты деполяризации. Это относится и к рассматриваемому ниже эффекту.

Рассмотрение квантовой деполяризации может быть проведено в приближении, когда траектория электрона считается классической, а энергия частицы испытывает скачки в каждом акте излучения, так что

$$\frac{d(\Delta\varepsilon)^2}{dt} = \frac{55\sqrt{3}}{48} \frac{1}{R} \left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^3 \bar{W} ; \quad \bar{W} = \frac{2}{3} \left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^4 z_0 \quad (3)$$

здесь \bar{W} - классическая мощность излучения электрона, z_0 - классический радиус электрона.

Уравнения для 4-вектора спина электрона S^i , учитывающие возмущающие поля H_R и H_x имеют вид [2]:

$$\frac{dS^1}{d\tau} = g \frac{eH}{m} \left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^2 S^2 - \left(1 + g\left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^2\right) \frac{eH_R}{m} S^3 \quad (4)$$

$$\frac{dS^2}{d\tau} = -g \frac{eH}{m} S^1 + (1 + g) \frac{eH_x}{m} S^3 \quad (5)$$

$$\frac{dS^3}{d\tau} = (1 + g) \frac{eH_R}{m} S^1 + \left[g \frac{eH_R p}{m^2} \frac{dz}{d\tau} - (1 + g) \frac{eH_x}{m} \right] S^2 \quad (6)$$

$$\frac{dS^4}{d\tau} = g \frac{eH}{m} \frac{\varepsilon p}{m^2} S^2 - g \frac{eH_R}{m} \frac{\varepsilon p}{m^2} S^3 \quad (7)$$

где $\tau = t \frac{m}{\varepsilon}$, H - равновесное поле. Нетрудно убедиться, что ни пространственные, ни временные вариации поля H не приводят к деполяризации, что, конечно, заранее очевидно. Члены с H_R и H_x могут дать резонансный поворот спина, но мы предполагаем, что условие (2) не

выполняется. Поскольку рассматриваемый эффект в основном лишь косвенно зависит от типа фокусировки пучка в накопителе, мы рассмотрим для простоты азимутально симметричное слабо-фокусирующее поле, в котором действует K -ая гармоника возмущения $H_R = h \cos\left[\frac{\kappa e H}{m}(\tau - \tau_0)\right]$ (при $z = 0$), так что поле на реальной возмущенной по вертикали орбите $z = z_H$ можно записать в виде

$$H_R = - \frac{\kappa^2 h}{n - \kappa^2} \cos\left[\frac{\kappa e H}{m}(\tau - \tau_0)\right] \quad (8)$$

$$z_H = z_K \cos\left[\frac{\kappa e H}{m}(\tau - \tau_0)\right], \quad z_K = \frac{h}{H} \frac{R}{n - \kappa^2} \quad (9)$$

Поскольку z - колебания в линейном по h приближении не дают вклада в эффект, будем считать $z = 0$. Расчет эффектов, вызываемых свободными z - колебаниями в неоднородном поле, а также полем H_K может быть проведен аналогичным образом, соответствующие результаты приведены в конце статьи.

Решение уравнений (4) - (7) запишем в первом приближении по h в системе покоя частицы. Для преобразования к этой системе нужно сделать лоренц-преобразование и обычный поворот на малый угол

$$\mathcal{Q}_z = \frac{m}{\rho} \frac{dz}{d\tau} = - \frac{h}{H} \frac{\kappa}{n - \kappa^2} \sin\left[\frac{e H \kappa}{m}(\tau - \tau_0)\right] \quad (10)$$

В этой системе (которую мы отмечаем индексом "с") $S_c^4 = 0$,

$$(S_c^1)^2 + (S_c^2)^2 \equiv S_g^2 = \sigma_g^2 + \sigma_g \sigma_z \frac{h}{H} \frac{\mathcal{Q}_K}{n - \kappa^2} F \quad (11)$$

$$(S_c^3)^2 \equiv S_z^2 = \sigma_z^2 - \sigma_g \sigma_z \frac{h}{H} \frac{\mathcal{Q}_K}{n - \kappa^2} F \quad (12)$$

$$F = \frac{(1 + \kappa \frac{\epsilon}{m})}{(\kappa - \mathcal{Q} \frac{\epsilon}{m})} \sin \frac{e H}{m} \left[(\kappa - \mathcal{Q} \frac{\epsilon}{m}) \tau - \kappa \tau_0 \right] - \frac{(1 - \kappa \frac{\epsilon}{m})}{(\kappa + \mathcal{Q} \frac{\epsilon}{m})} \sin \frac{e H}{m} \left[(\kappa + \mathcal{Q} \frac{\epsilon}{m}) \tau - \kappa \tau_0 \right] \quad (13)$$

где σ_z, σ_g постоянны при постоянной энергии частицы, причем всегда

$$\sigma_g^2 + \sigma_z^2 = 1 \quad (14)$$

Величины \mathcal{N}_z и \mathcal{N}_ϑ имеют смысл мгновенных проекций спина на ось Z и на перпендикулярную ей плоскость в системе покоя электрона; σ_z и σ_ϑ имеют смысл средних, около которых происходят малые колебания проекций \mathcal{N}_z и \mathcal{N}_ϑ .

Вследствие того, что относительная вероятность переворота спина в момент излучения ничтожно мала по сравнению с вероятностью излучения без переворота спина, величины истинных проекций спина \mathcal{N}_z и \mathcal{N}_ϑ не изменяются в момент излучения. Однако в момент излучения происходит скачкообразное изменение F в формулах (II), (I2), пропорциональное скачку $\Delta \varepsilon$. Так как \mathcal{N}_z и \mathcal{N}_ϑ не изменяются, то это приводит к скачкообразному изменению средних σ_z и σ_ϑ . Компенсация потерь на излучение ускоряющей системой накопителя возвращает в дальнейшем величину F (точнее величины амплитуд в (I3)) к первоначальному значению, однако совокупность таких случайных скачков приводит к стохастической раскачке σ_z и σ_ϑ и, следовательно, к раскачке \mathcal{N}_z и \mathcal{N}_ϑ .

Для достаточно высоких энергий, $\mathcal{G}_m^{\frac{\varepsilon}{m}} \gg 1$, при которых интересен рассматриваемый эффект, основной вклад в процесс раскачки вносят скачки знаменателя в первом члене (I3). При этом главную роль играют гармоники K , для которых $\mathcal{G}_m^{\frac{\varepsilon}{m}} \approx K$. Это дает следующее изменение угла ϑ между направлением спина и осью Z :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{генер}} &\approx \frac{d\vartheta^2}{dt} \approx \frac{1}{8} \sum_K \left(\frac{Z_K}{R}\right)^2 \left(\frac{K \mathcal{G}_m^{\frac{\varepsilon}{m}}}{K - \mathcal{G}_m^{\frac{\varepsilon}{m}}}\right)^4 \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{d(\Delta \varepsilon)^2}{dt} = \\ &= \sum_K \frac{55}{192\sqrt{3}} \left(\frac{K \mathcal{G}_m^{\frac{\varepsilon}{m}}}{K - \mathcal{G}_m^{\frac{\varepsilon}{m}}}\right)^4 \frac{z_0}{m R^3} \left(\frac{Z_K}{R}\right)^2 \left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^5 \end{aligned} \quad (I5)$$

здесь Z_K - амплитуда вынужденных Z -колебаний, возбуждаемых возмущением H_R .

Из (I6) видно, что эффект сильнее всего зависит от энергии частиц и сильно зависит от номера ближайшей резонансной гармоники K , от расстояния до резонанса $1/|K - \mathcal{G}_m^{\frac{\varepsilon}{m}}|$ и от величины Z_K . Оценим эффект при разумных значениях параметров:

$E = 6$ Бэв, $H = 8 \times 10^3$ э, $R = 3 \times 10^3$ см. $|k - \frac{g}{m} \frac{\epsilon}{m}| \approx 1/2$, для $K = 14, 15$, $Z_k = 0, 1$ см. При этом характерное время деполяризации (изменение угла ϑ на единицу) равно $\tau_{\text{депол}} = 25$ сек. Это на порядок меньше, чем $\tau_{\text{пол}}$. Таким образом, в этом случае пучок заведомо не поляризован.

Это означает, что нужно принимать специальные меры для сохранения поляризации пучка. Тем не менее мы хотели бы еще раз отметить удивительную устойчивость поляризации.

Приведем также формулы для S_{ϑ} и S_z с учетом возмущения H_x и наличия свободных z -колебаний (эти эффекты, вообще говоря, вносят малый вклад по сравнению с рассмотренным выше):

$$S_{\vartheta, z}^2 = \sigma_{\vartheta, z}^2 \pm \sigma_{\vartheta} \sigma_z \frac{h_{xk}}{H} \left\{ \frac{1+g}{k + \frac{g}{m} \frac{\epsilon}{m}} \sin \frac{eH}{m} \left[\left(k + \frac{g}{m} \frac{\epsilon}{m} \right) \tau - k\tau_1 \right] \right. \\ \left. - \frac{1+g}{k - \frac{g}{m} \frac{\epsilon}{m}} \sin \frac{eH}{m} \left[\left(k - \frac{g}{m} \frac{\epsilon}{m} \right) \tau - k\tau_1 \right] \right\}, \quad H_x = h_{xk} \sin \frac{keH}{m} (\tau - \tau_1)$$

$$S_{\vartheta, z}^2 = \sigma_{\vartheta, z}^2 \pm \sigma_{\vartheta} \sigma_z \frac{Z_{\text{max}} g}{R} \left\{ \frac{1 + \frac{\epsilon}{m} \sqrt{n}}{g \frac{\epsilon}{m} \frac{1}{\sqrt{n}} - 1} \sin \frac{eH}{m} \left[\left(g \frac{\epsilon}{m} - \sqrt{n} \right) \tau - \sqrt{n} \tau_1 \right] \right. \\ \left. + \frac{\frac{\epsilon}{m} \sqrt{n} - 1}{g \frac{\epsilon}{m} \frac{1}{\sqrt{n}} + 1} \sin \frac{eH}{m} \left[\left(g \frac{\epsilon}{m} + \sqrt{n} \right) \tau - \sqrt{n} \tau_1 \right] \right\} \quad (18)$$

Как и следовало ожидать, рассмотрением нелинейных z -колебаний приводит к зависимости эффекта от разности $g \frac{\epsilon}{m} - Q_z$, $Q_z = \sqrt{n}$ (ср. формулу (2) для $\ell = 1$).

Литература

- 1 А.А.Соколов и И.М.Тернов ДАН СССР, 153, 1052, 1963.
- 2.V.Bargman, L.Michel, V.Telegdi. Phys.Rev.Lett. 2, 435, 1959.

Ответственный за выпуск В.М. Катков

Отпечатано на ротапринтере Института ядер-
ной физики СО АН СССР. Тираж 200 экз.